Institución Educativa Inem Jorge Isaacs
Año Lectivo 2020

Departamento de: Matemáticas. Docente: Fernando Bastidas Parra
Grado. ONCE. Material: "QUEDATE EN CASA"
Primer Semestre: FUNCIONES

Conceptos Previos: DESARROLLANDO COMPETENCIAS EN FUNCIONES LINEALES, CUADRÁTICAS, RACIONALES, EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS.

https://www.youtube.com/channel/UCYKmy4RSD8G8Qe2kNfYm-BQ
https://ferbas20031.wixsite.com/matecho-ferbas

Objetivo: *Analizar las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas y de sus derivadas.*

INTRODUCCIÓN: Por medio del uso de las funciones con sus propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas y de sus derivadas se pueden analizar todo tipo de procesos matemáticos variacionales que tienen aplicación en todos los campos de la ciencia y la economía.

QUE VOY A APRENDER

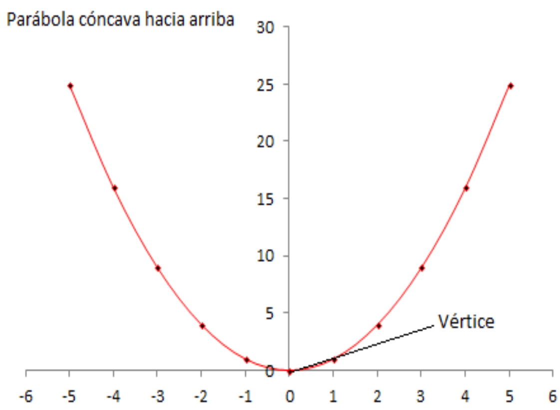
Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.

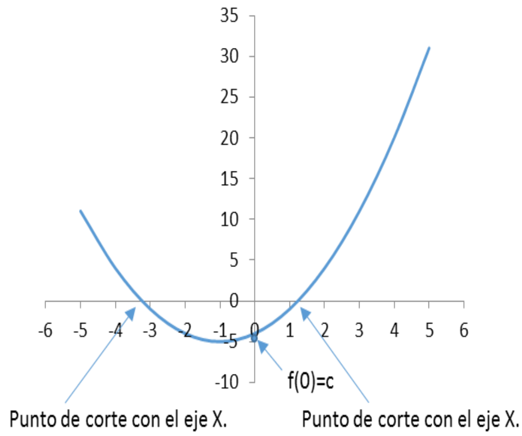
LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Primer Semestre. Segundo Periodo. Semana 01.
Función Cuadrática
La función cuadrática se expresa de la forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde a, b y c son números reales cualquiera y a distinto de cero.
En matemáticas, una función cuadrática es una función polinómica, también llamada función de segundo grado: $f(x)=aX^2 + bX + c$

Toda función cuadrática posee un máximo o un mínimo, que es el vértice de la parábola. Si la parábola tiene concavidad hacia arriba, el vértice corresponde a un mínimo de la función; mientras que si la parábola tiene concavidad hacia abajo, el vértice será un máximo función de segundo grado es una función polinómica.

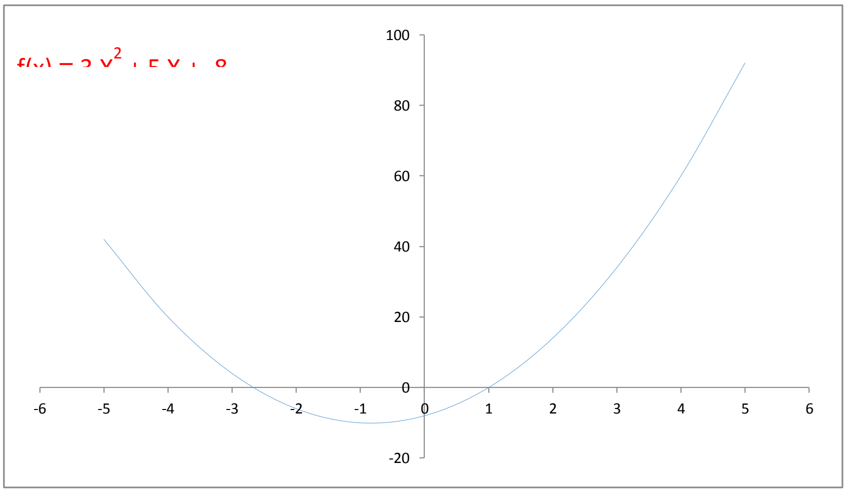
Una función cuadrática es una función polinómica de segundo grado. La gráfica de una función cuadrática es una parábola. Si la parábola corta al eje de las X (eje de abscisas) en dos puntos. Esos valores son las raíces (reales) o ceros del polinomio.
Veamos el vértice de una parábola, el punto de corte y una función completa de una parábola.





f(x) = 3 X^2 + 5 X + -8

x	f(x)	3 X^2		5X		-8		
-5	42	**75**	**+**	**-25**	**+**	**-8**	**=**	**42**
-4	20	**48**	**+**	**-20**	**+**	**-8**	**=**	**20**
-3	4	**27**	**+**	**-15**	**+**	**-8**	**=**	**4**
-2	-6	**12**	**+**	**-10**	**+**	**-8**	**=**	**-6**
-1	##	**3**	**+**	**-5**	**+**	**-8**	**=**	**-10**
0	-8	**0**	**+**	**0**	**+**	**-8**	**=**	**-8**
1	0	**3**	**+**	**5**	**+**	**-8**	**=**	**0**
2	14	**12**	**+**	**10**	**+**	**-8**	**=**	**14**
3	34	**27**	**+**	**15**	**+**	**-8**	**=**	**34**
4	60	**48**	**+**	**20**	**+**	**-8**	**=**	**60**
5	92	**75**	**+**	**25**	**+**	**-8**	**=**	**92**



El punto de corte con el eje x se halla

Haciendo f(x)=0.

$ax^2 + bX + c = 0$

Si X= 0,

$f(0) = a\,(0)^2 + b(0) + c$

$f(0) = c$

En la ecuación cuadrática cada uno de sus términos tiene un nombre.

$f(x)= aX^2 + bX + c$

aX^2 = Es el término cuadrático
bX = Es el término lineal
c = Es el término independiente

El Vértice de la Parábola

El vértice de la parábola se halla usando la siguiente fórmula.
Resolver usando la fórmula cuadrática.
$f(x) = aX^2 + bX + c$
Hallar el vértice:
Fórmula para hallar el vértice.

$$Xi = \frac{-b}{2a} \quad , \quad Yi = \frac{-b^2}{4a} + c$$

Ejemplo de cómo hallar el vértice.

$f(x) = 1X^2 + 2X + -3$

$$X = \frac{-2}{2} = -1 \quad , \quad Y = \frac{-4}{4} + -3 = -1 - 3 = -4$$

V = (-1,-4)

También se puede hallar **Yi** reemplazando el valor obtenido en Xi.

$F(-1) = 1.(-1)^2 + 2(-1) - 3 = 1-2-3 = -4$

Fórmula Cuadrática

La fórmula cuadrática sirve para hallar los interceptos en el eje x, por tanto:
$0 = aX^2 + bX + c$

La fórmula es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La expresión:
$b^2 - 4ac$ Recibe el nombre de discriminante y no puede ser negativa.

Si el discriminante es negativo, no tiene solución en los Reales.

Si el discriminante es cero, solamente hay una solución.
Veamos un ejemplo: $f(x) = aX^2 + bX + c$

Hallar los puntos de corte de la función:
$f(x) = 1X^2 + 2X + - 3$

Como se puede observar, donde está la **a** hay un uno, donde está la **b** hay un dos y donde está la **c** hay un menos tres, por tanto:

a=1, b=2, c=-3

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$$

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - (-12)}}{2}$$

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

$$X = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$X = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$X1 = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad , \quad X2 = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Verificación de los resultados donde f(x) es igual a cero.

$f(1) = 1(1)^2 + 2(1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$

$f(-3) = 1(-3)^2 + 2(-3) - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$

Actividad para resolver en el cuaderno.

PRACTICO LO QUE APRENDI
Tabular, graficar y hallar los puntos de intersección de la parábola en el eje x de las siguientes funciones:
Hallar el vértice.

1. $f(x) = X^2 + 2X - 3$

2. $f(x) = X^2 - 2X + 1$

3. $f(x) = X^2 + 3$

4. $f(x) = X^2 - 3$

5. $f(x) = - X^2 + X$

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Funciones Racionales

Una función racional está definida como un cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene la variable con un grado de por lo menos 1. Es decir, en el denominador hay al menos una variable.

Donde *P* y *Q* son polinomios y *x* una variable, de tal manera que *Q* debe ser diferente del polinomio nulo, esta fracción P(x)/Q(x) es irreducible, es decir que las ecuaciones P(x) = 0 y Q(x) = 0 no tienen raíces comunes.

La forma general de una función racional es P(x)/Q(x), donde P (*x*) y Q (*x*) son polinomios y Q (*x*) ≠ 0.

Ejemplos: $Y = \dfrac{5}{X}$, $y = \dfrac{3x - 1}{x + 2}$, $y = \dfrac{1}{2x^2}$

Recordemos que: 9/3 está definido porque el número 3 multiplicado por 3 del denominador da como resultado 9.

12/6 está definido porque el número 2 multiplicado por 6 del denominador da como resultado 12.

5/0 no está definido porque no hay ningún número que multiplicado por 0 dé como resultado 5.

Recordemos que: 1/0 no está definido porque no hay ningún número que multiplicado por 0 dé como resultado 1.

Dominio de una Función

Son todos los valores que puede tomar x en f(x) en el denominador o en un radical.

Ejemplo 01. : $Y = \dfrac{5}{X}$, Si x = 0 se indetermina la función.

Por tanto x puede tomar todos los valores reales menos el 0.

Eso se expresa así: D = R – { 0 }

Ejemplo 02. 1 Si en x - 2 = 0 se indetermina la función.

Y = --------- , Resolvemos la ecuación
X - 2

x - 2 = 0
x = 2
Por tanto x puede tomar todos los valores reales menos el 2. Eso se expresa así: D = R – { 2 }

Ejemplo 03. Realice la gráfica y halle el dominio.

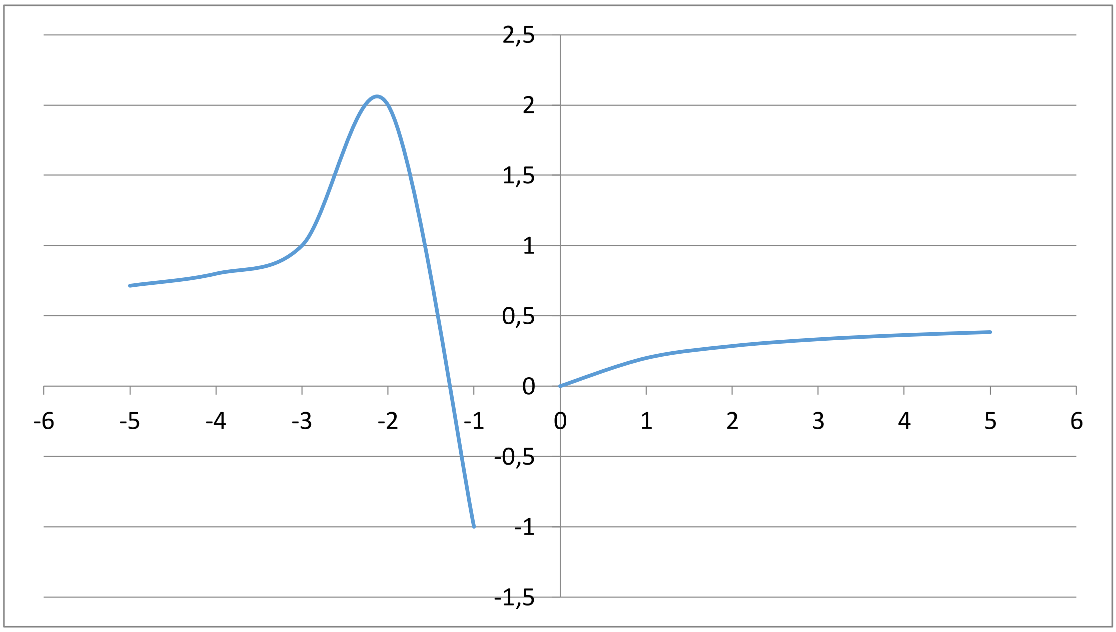
1 Si en 2x + 3 = 0 se indetermina la función.
Y = --------- , Resolvemos la ecuación del denominador.
2X + 3

2X + 3 = 0
X = - 3/2
D = R – { - 3/2 }

f(x) = 1 X / 2 X + 3

La gráfica muestra donde se indetermina en el cuadro rojo.

x	f(x)
5	0,38
4	0,36
3	0,33
2	0,29
1	0,2
0	0
-1,5	
-1	-1
-2	2
-3	1
-4	0,8
-5	0,71



Ejercicios
Hallar el dominio y graficar

1. $f(x) = \frac{1}{X}$

2. $f(X) = \frac{1}{X + 1}$

3. $f(x) = \frac{2X + 3}{X - 1}$

4. $f(x) = \frac{5X - 1}{X + 3}$

5. $f(x) = \frac{3X + 1}{3X - 4}$